

Lycée : ELAMEL Fouchana	Devoir de contrôle n°1	Prof : B. Zouhaier
Classe : 4ème 73	Novembre 2013	Durée : 2 heures

Exercice N°1 (4points)

Répondre par vrai ou faux, en justifiant la réponse :

- $(1-i\sqrt{3})$ est une racine carrée de $(-2 - 2i\sqrt{3})$
- Si Z est un nombre complexe d'argument $(\frac{\pi}{6})$ alors $\text{Arg}(-2i\bar{Z}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$
- Pour tout réel $x \in [0,1]$ on a : $x^5 + x - 3 < 0$
- Il existe un réel α unique dans $]0,2[$ vérifiant : $\alpha^5 + \alpha = 3$

Exercice N°2 (5points)

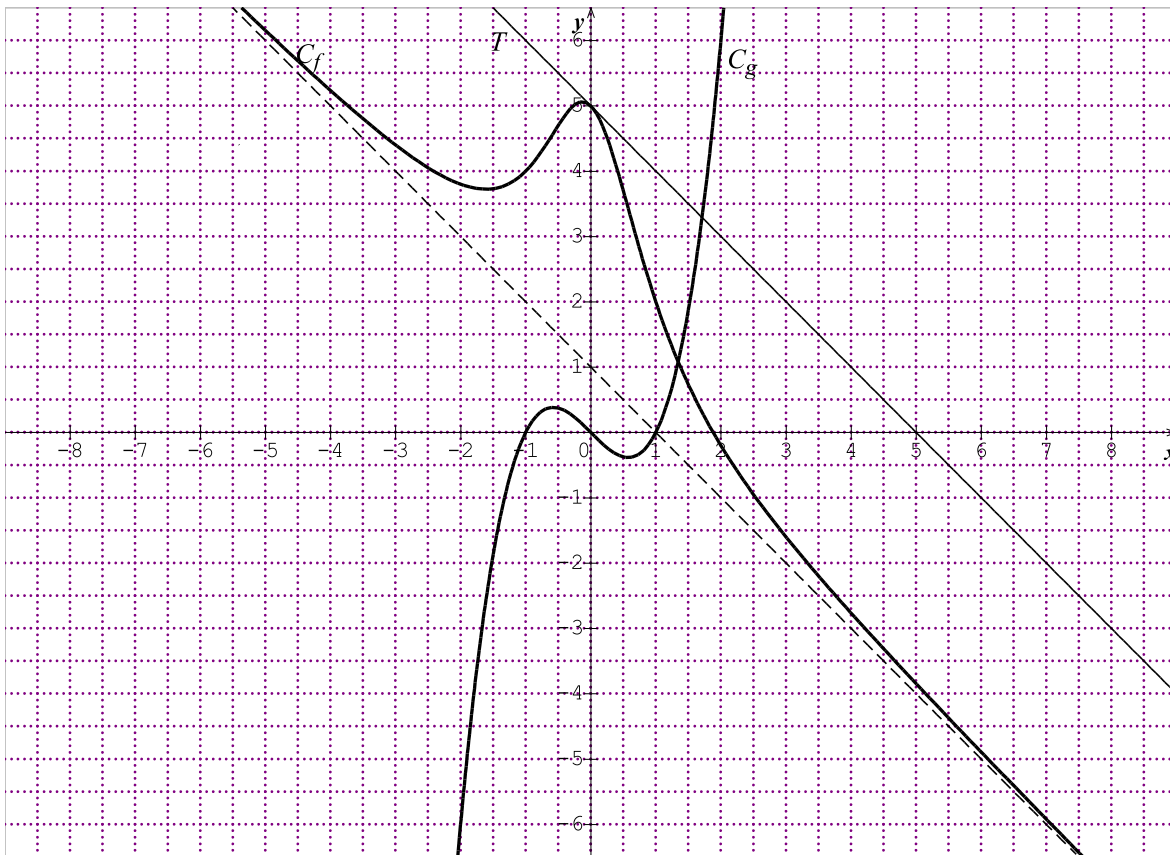
- Ecrire sous la forme algébrique le nombre complexe $(1+3i)^2$
- a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $Z^2 + (1+i)Z + 2 - 2i = 0$
b) Mettre les solutions sous la forme exponentielle
- $(o, \vec{u}, \vec{v})$ désigne un repère orthonormé du plan. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $2i$, $-1 - i$, $2 - 2i$ et $3 + i$
a) Montrer que ABC est un triangle isocèle et rectangle
b) Calculer $\frac{Z_A - Z_C}{Z_B - Z_D}$
c) En déduire la nature de ABCD

Exercice N°3 (6points)

Soit f la fonction définie par :
$$f(x) = \begin{cases} -x + \sqrt{x^2 + x + 1} & , \text{ si } x \leq 0 \\ \frac{x \sin(\frac{1}{x})}{x^2 + 5} + 1 & , \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f$
b) Montrer que $\Delta: y = -2x - \frac{1}{2}$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$
- a) Montrer que pour tout $x > 0$ on a : $\frac{-x}{x^2 + 5} + 1 \leq f(x) \leq \frac{x}{x^2 + 5} + 1$
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f$ et interpréter graphiquement le résultat
- Montrer que f est continue en 0
- Montrer que f est dérivable à gauche en 0 et donner une équation de la demi tangente à (C_f) au point d'abscisse 0

Exercice N°4 (5points) Soient f et g les deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par leurs courbes représentatives suivantes :



- C_g admet deux branches infinies paraboliques de direction (yy')
- $\Delta: y = -x + 1$ est une asymptote à C_f au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$
- f est dérivable en 0 et T est la tangente à C_f au point d'abscisse 0

1. Déterminer les limites de f et g en $-\infty$ et en $+\infty$
2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
3. Montrer que la courbe de $f \circ g$ admet une branche infinie parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$
4. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 5}{x}$
5. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = +\infty$

BON TRAVAIL